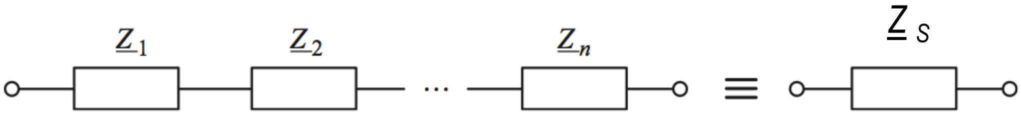
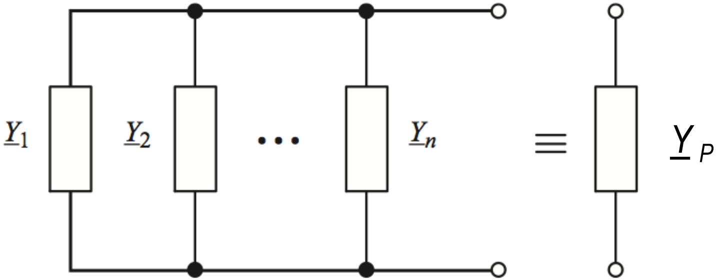
7.4 PRINCIPE DE SUPERPOSITION (~)
8. PUISSANCES EN ALTERNATIF SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Yoan Civet
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



$$\underline{Z}_s = \sum_k \underline{Z}_k$$

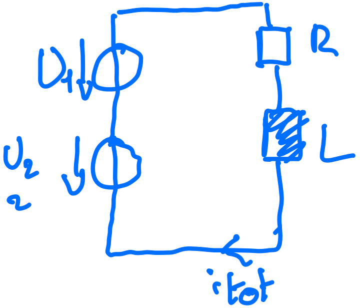
$$\underline{Y}_s = \frac{1}{\underline{Z}_s} = \frac{1}{\sum_k \underline{Z}_k} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Y}_k}}$$



$$\underline{Y}_p = \sum_k \underline{Y}_k$$

$$\underline{Z}_p = \frac{1}{\underline{Y}_p} = \frac{1}{\sum_k \underline{Y}_k} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}}$$

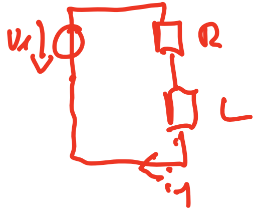
EXEMPLE SUPERPOSITION RÉGIME ALTERNATIF



U_1 = constante

$U_2(t) = \sqrt{2}\, U_2 \sin(\omega t + \alpha)$

i_{tot} ?

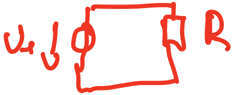


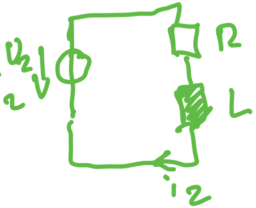
* U_1

$f = 0,\ \omega = 0$

$\underline{Z_R} = R \quad \underline{Z_L} = j\omega L = 0$

$i_1 = \frac{U_1}{R}$





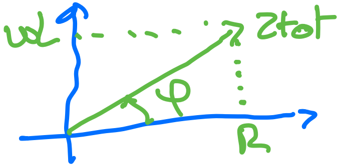
* U_2

$\underline{Z_R} = R \quad \underline{Z_L} = j\omega L \quad \underline{Z_{tot}} = R + j\omega L$

$|Z_{tot}| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

$\underline{U_2} = \underline{Z_{tot}}\, \underline{I_2}$

$\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$



EXEMPLE SUPERPOSITION RÉGIME ALTERNATIF

$$\underline{U_2} = U_2 e^{j0} \quad (\alpha = 0)$$
$$= U_2$$

$$\underline{I_2} = \frac{U_2 e^{j0}}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}\, e^{j\varphi}} = I_2 e^{-j\varphi} \quad \text{avec } I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$$

$$\underline{i_2(t)} = \sqrt{2} I_2 e^{j(\omega t - \varphi)}$$
$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \varphi)$$

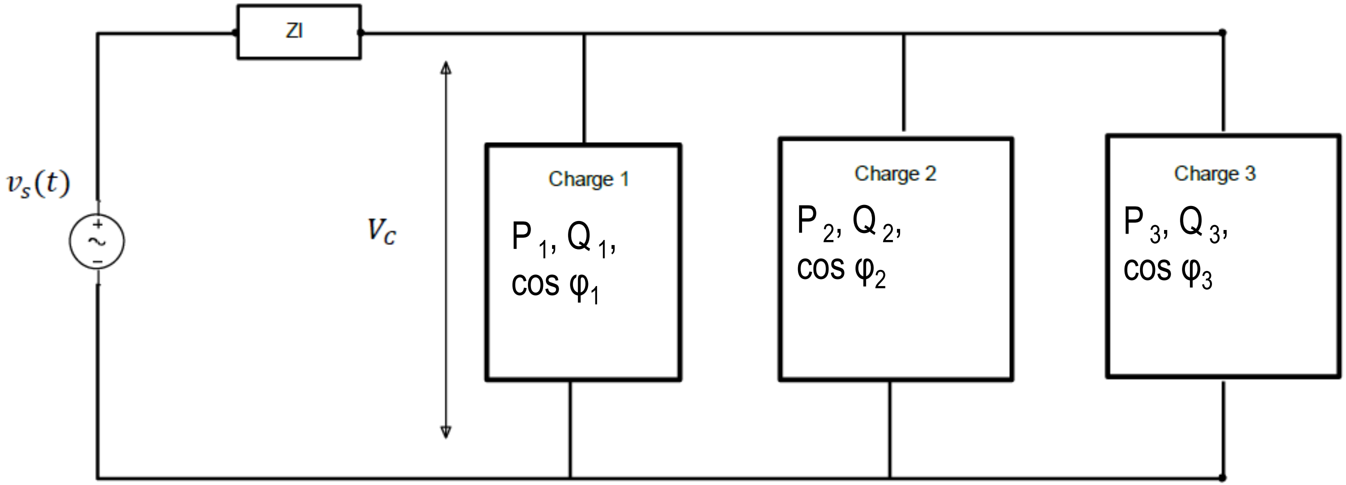
$$\Rightarrow i_{tot} = i_1 + i_2 = \frac{U_1}{R_1} + \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \varphi) \qquad \varphi = \text{Arctan}\, \frac{\omega L}{R}$$

8. PUISSANCES EN ALTERNATIF SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

Électrotechnique I

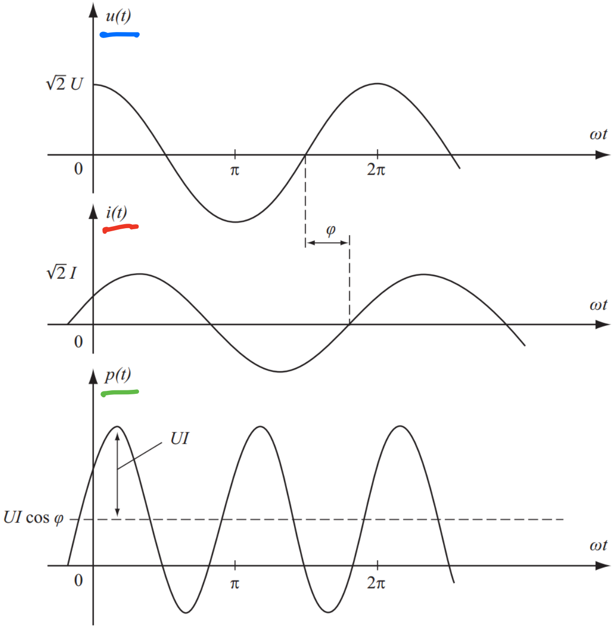
Yves PERRIARD & Yoan Civet
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

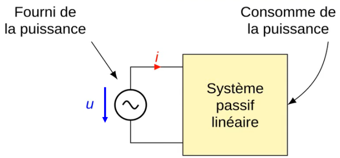
BILAN DE PUISSANCE



PUISSANCE INSTANTANÉE

EPFL





$$u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \beta)$$

$$p(t) = p = u(t)\cdot i(t) = u\cdot i$$

$$= \hat{U}\hat{I}\cos(\omega t + \alpha)\cos(\omega t + \beta)$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x-y) + \cos(x+y)\right)$$

$$p = \hat{U}\hat{I}\,\frac{1}{2}\left(\cos(\underbrace{\alpha-\beta}_{\varphi}) + \cos(2\omega t + \alpha + \beta)\right)$$

$$p = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t + \alpha + \beta)$$

$$\hat{U} = \sqrt{2}\,U$$

$$\hat{I} = \sqrt{2}\,I$$

$\beta = \alpha - \varphi$

$\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) = \cos\varphi \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)$

$$p(t) = \underbrace{UI\cos\varphi\left[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)\right]} + \underbrace{UI\sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)}$$

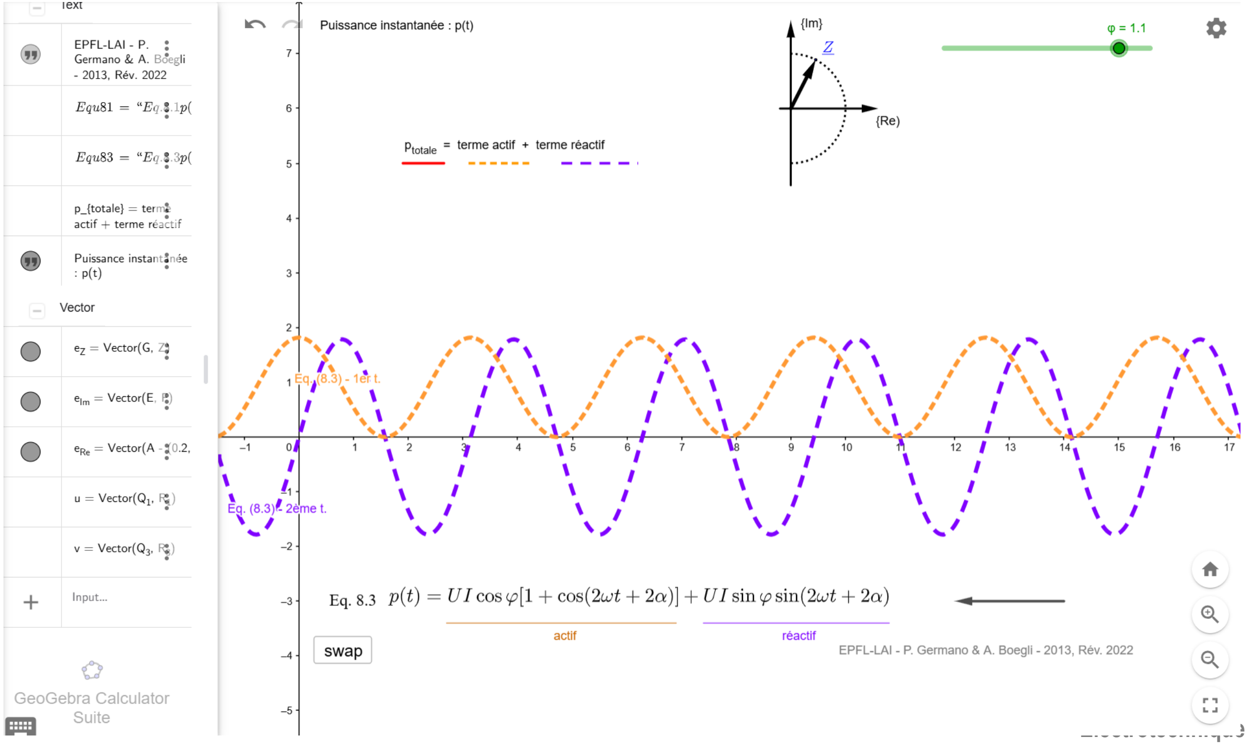
- oscille autour de $UI\cos\varphi$
- toujours positif
- échange unidirectionnel

- oscille autour de 0
- Amplitude moyenne nulle.
- Échange réversible.

si $\varphi = 0$ 1er terme max. et second $= 0$

si $\varphi = \pm\pi/2$ 1er terme $= 0$ et second max.

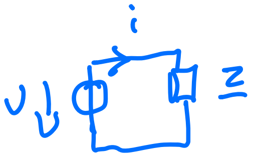
PUISSANCE INSTANTANÉE



PUISSANCE ACTIVE

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt$$
$$= UI\cos\varphi \quad [W]$$

P = valeur moyenne de $p(t)$
= ce qu'on transforme et paye
= Énergie réelle convertible.



a) $\underline{Z} = R \qquad \varphi_R = 0$

$$P_R = UI\cos\varphi = UI = \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} = RI^2$$

b) $\underline{Z} = \underline{Z}_L = j\omega L \qquad \varphi_L = \pi/2$

$$P_L = UI\cos\varphi = 0$$

c) $\underline{Z} = \underline{Z}_C = \dfrac{-j}{\omega C} \qquad \varphi_C = -\pi/2$

$$P_C = UI\cos\varphi = 0$$

Par définit° : Amplitude de la composante alternative de p(t)

$Q = UI \sin \varphi$ [Var] volt-ampère réactif

$Q > 0$ Réactif positif -> inductif

$Q < 0$ Réactif négatif -> capacitif

Q va induire des pertes par effet Joule

Puissance fictive : caractérise l'échange de puissance non convertible.

PUISSANCE APPARENTE

$S = U \cdot I$ [VA] Volt ampère

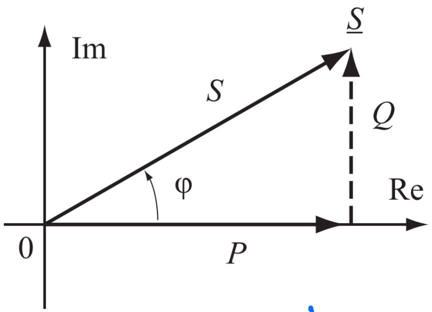
- ≈ volume de l'objet
- ≈ Prix de l'objet

objet → source
→ transformateur

$$\left.\begin{aligned} P &= S\cos\varphi \\ Q &= S\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

⚠ $S_{tot} \neq \sum_k S_k$

$$\underline{S} = P + jQ = S e^{j\varphi}$$



$\underline{S}$ est purement conceptuel

$$\underline{S}_{tot} = \sum_k \underline{S}_k$$

$$P_{tot} = \sum_k P_k$$

$$Q_{tot} = \sum_k Q_k$$

PUISSANCE APPARENTE COMPLEXE

$$\underline{S} = S e^{j\varphi} = UI e^{j\varphi} = UI e^{j(\alpha-\beta)} = U e^{j\alpha} \cdot I e^{-j\beta}$$

$$= \underline{U}\, \underline{I}^*$$

$$\left.\begin{array}{l} \underline{U} = \underline{Z}\, \underline{I} \\ \underline{S} = \underline{U}\, \underline{I}^* \end{array}\right\} \quad \underline{S} = \underline{Z}\, \underline{I}\, \underline{I}^* = \underline{Z}\, I^2 = (R + jX) I^2$$

$$= RI^2 + jXI^2$$

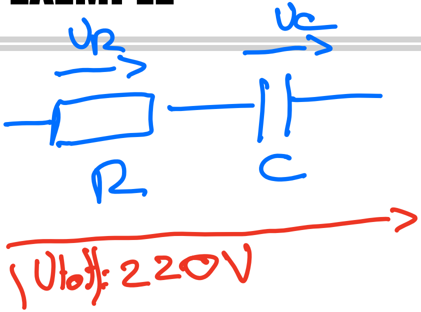
$$= P + jQ$$

$$P = RI^2 = UI\cos\varphi$$

$$Q = XI^2 = UI\sin\varphi$$

Type de puissance :	Puissance active P [W]	Puissance réactive Q [var]	Puissance apparente S [VA]
R (résistance) $Z = R$; $\varphi = 0$	$P_R = U_R I_R = R I_R^2 = \frac{U_R^2}{R}$	$Q_R = 0$	$S_R = UI = P_R$
L (inductance) $Z = jL\omega$ $\varphi = \pi/2$	$P_L = 0$	$Q_L = U_L I_L = X I_L^2 = \omega L I_L^2$	$S_L = U_L I_L = Q_L$
C (capacité) $Z_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{\omega C}$ $\varphi = -\pi/2$	$P_C = 0$	$Q_C = -U_C I_C = \frac{-1}{\omega C} I_C^2$	$S_C = -U_C I_C = Q_C$

EXEMPLE



$f = 50\,Hz \quad U_R = 100\,V \quad P_{tot} = 500\,W$

$U_C\,;\ S\,;\ \cos\varphi\ ?$

* $\underline{S}$

$P = P_R = P_{tot} = 500\,W = RI^2 = \frac{U_R^2}{R}$

$\Rightarrow R = 20\,\Omega$ et $I = 5\,A$

$S = UI = 220 \cdot 5 = \underline{1100\,VA}$

$\underline{S} = P + jQ.$

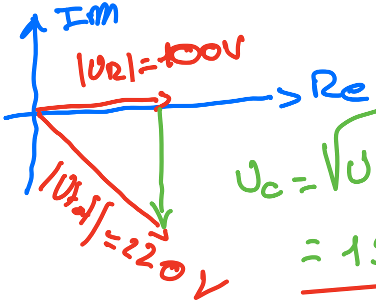
$Q = U_C I_C \sin\varphi = -U_C I = -195{,}95 \times 5 = -979{,}8\,var$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \underline{1100\,VA}.$

$\varphi = \arctan\frac{Q}{P} = -62{,}9°$

$\underline{\cos\varphi = 0{,}45}$

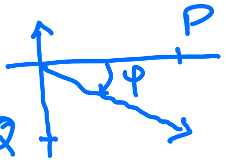
* U_C



$U_C = \sqrt{U_{tot}^2 - U_R^2}$

$= \underline{195{,}95\,V}$

*



Distribution d'énergie

Tableau 1. Facteurs de puissances des appareils les plus courants

Appareils	Facteur de puissance	Observations
	Moteurs asynchrones en charge	
0 % de charge	0.17	Yoan René Cyrille Civet (yoan.civet@epfl.ch) est connecté Il faut éviter d'utiliser les moteurs asynchrones à vide
25 % de charge	0.55	
50 % de charge	0.73	
75 % de charge	0.8	
100 % de charge	0.85	
	Lampes	
Lampes à incandescence	1	Ces lampes sont généralement compensées dès l'origine
Lampes à fluorescence	0.5	
Lampes à décharge	0.4 à 0.6	
Fours		
Fours à résistance	1	
Fours à induction	0.85	
Fours à arc	0.8	

Le **facteur de puissance cos(φ)** rend compte de l'efficacité d'un dipole pour consommer correctement la puissance

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI}$$

Système 1 : $\cos\varphi_1 = 1$

$P_1 = U_{eff} I_{eff1} = S_1$

Système 2 $\cos\varphi_2 = 0{,}85$

$P_2 = U_{eff} I_{eff1} \cos\varphi_2$

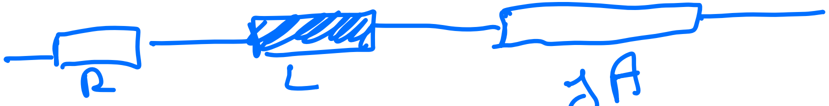
On veut $P_1 = P_2$ pour avoir la même puissance active pour une même tension U_{eff} :

$\Rightarrow I_{eff2} > I_{eff1}$

$P_{active} \approx 28$ ct/kWh

$Q \approx 6$ ct/kvarh

Exemple : circuit RL série



$$Z_{eq} = R + j(\omega L + A)$$

On veut annuler la réactance de Z_{eq}

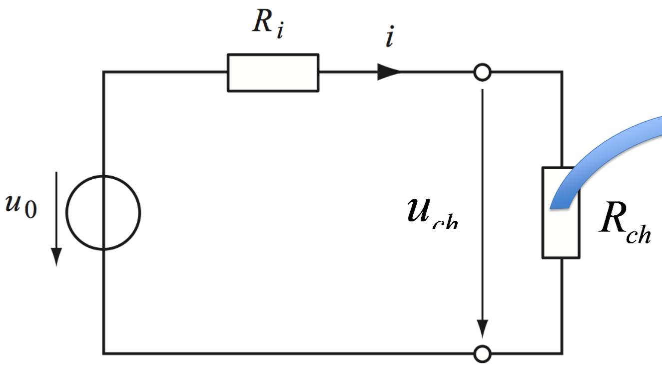
$A < 0 \Rightarrow A$ est une capacité

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2}$$

et $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ est la condition de résonance.

Rappel régime continu



$$P_{ch} = \frac{u_0^2 \cdot R_{ch}}{\left(R_{ch} + R_i\right)^2} \qquad Max \rightarrow \frac{\mathrm{d}P_{ch}}{\mathrm{d}R_{ch}} = 0$$

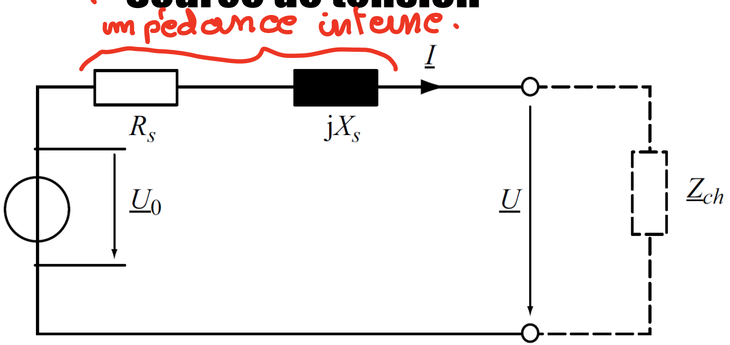
Condition : $\boxed{R_{ch} = R_i}$

La condition d'adaptation de puissance est donc réalisée lorsque la valeur de la résistance de charge et celle de la résistance interne de la source sont égales

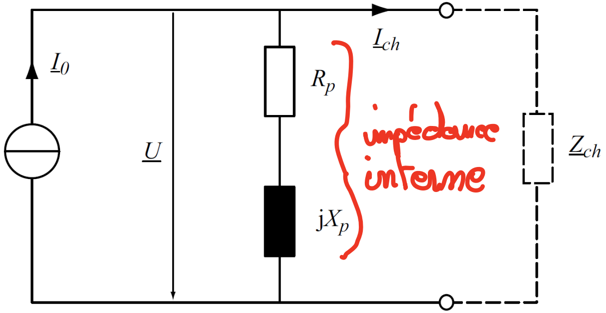
SOURCE AVEC IMPÉDANCE INTERNE

Pour un régime sinusoïdale monophasé

Source de tension



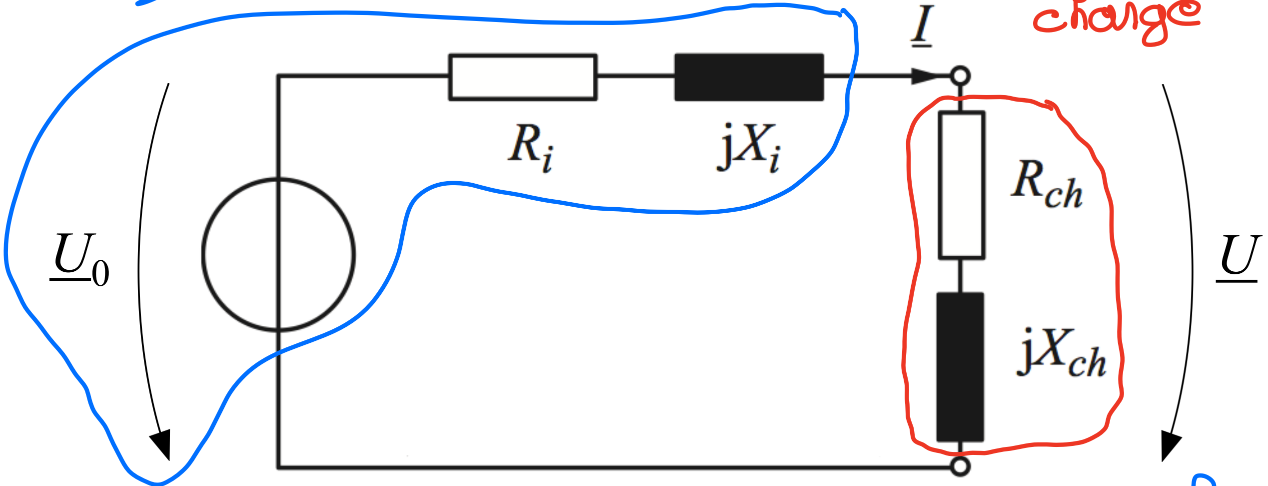
Source de courant



Puissance maximale et adaptation - AC

Source de tension réelle

charge



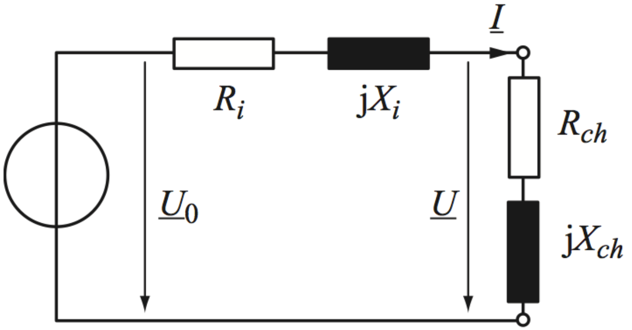
On souhaite transmettre le maximum de puissance à la charge.

EPFL

Puissance maximale et adaptation - AC

$\underline{U_0} = \underline{Z_i}\,\underline{I} + \underline{Z_{ch}}\,\underline{I}$

$\Rightarrow \underline{I} = \frac{U_0}{Z_i + Z_{ch}}$



$$P_{ch} = R_{ch} \cdot I^2 = \frac{U_0^2 R_{ch}}{(R_i + R_{ch})^2 + (X_i + X_{ch})^2}$$

$$\frac{\partial P_{ch}}{\partial X_{ch}} = 0 \quad \rightarrow \quad \ldots \quad \rightarrow \quad X_i = -X_{ch}$$

Condition : $\underline{Z}_{ch} = R_{ch} + jX_{ch} = R_i - jX_i = \underline{Z}_i^*$

En régime alternatif, la condition d'adaptation de puissance est réalisée lorsque la valeur de l'impédance de charge et celle de l'impédance interne de la source sont conjugués complexes

RÉSUMÉ

seule puissance qui fournit un travail.

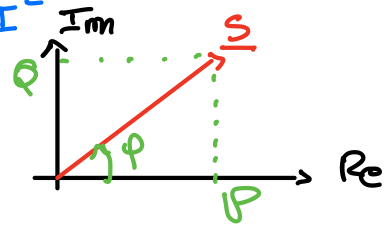
Puissance active : $P = UI\cos\varphi$ [W]

Puissance réactive : $Q = UI\sin\varphi = S\sin\varphi$ [var]

Puissance apparente : $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ [VA]

Puissance apparente complexe : $\underline{S} = P + jQ = RI^2 + jXI^2$

Facteur de puissance : $\cos\varphi = \dfrac{P}{UI}$ $\qquad \varphi = \arctan\dfrac{Q}{P}$



$P_{tot} = \sum_k P_k$

$Q_{tot} = \sum_k Q_k$

$\underline{S}_{tot} = \sum_k \underline{S}_k$

$\cos\varphi_{tot} = \dfrac{P_{tot}}{S_{tot}}$

$S_{tot} \neq \sum_k S_k$ mais $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

* Condition d'adaptation impédance : $\underline{Z}_{ch} = \underline{Z}_i^*$